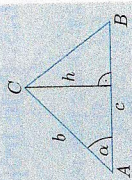
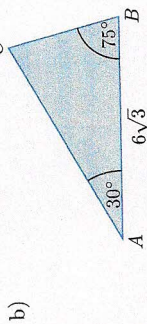
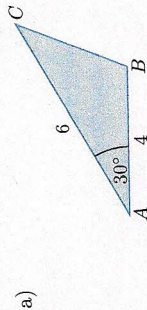


Pole trójkąta jest równe połowie iloczynu długości dwóch jego boków i sinusa kąta zawartego między nimi.

$$P_{\Delta} = \frac{1}{2}bc \sin \alpha$$



28. Oblicz pole trójkąta ABC.



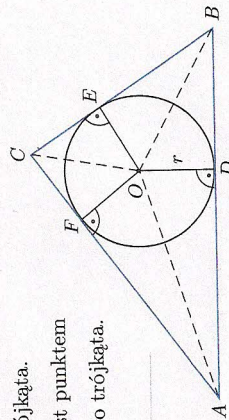
29. Oblicz pole trójkąta ABC, jeżeli:

- a) $|AC| = 4$, $|AB| = 7$, $\angle BAC = 60^\circ$,
b) $|AC| = 6$, $\angle ABC = \angle ACB = 67^\circ 30'$.

6.6. Okrąg wpisany w trójkąt

30. Uzupełnij zdania.

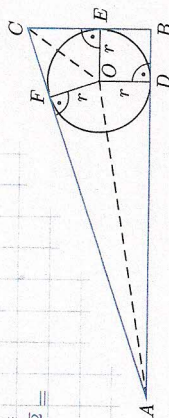
- Środek okręgu wpisanego w trójkąt jest punktem równoodległym od _____ tego trójkąta.
- Środek okręgu wpisanego w trójkąt jest punktem przecięcia _____ tego trójkąta.
- Trójkąty ADO i AFO są _____
- Prawdziwe są równości: $|AD| = |AF|$,
 $|BD| = ______$, $|CE| = ______$



31. Dokończ rozwiązanie zadania.

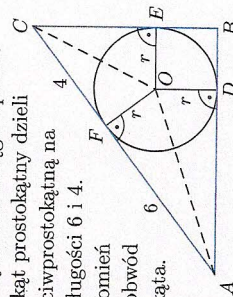
- a) Oblicz promień okręgu wpisanego w trójkąt prostokątny o przyprostokątnych $|AB| = 6$ i $|BC| = 2$.

$\triangle AFO \equiv \triangle ADO$, zatem $|AF| = |AD| = 6 - r$
 $\triangle CFO \equiv \triangle CEO$, zatem $|FC| = |EC| = 2 - r$
 $|AC| = |AF| + |FC| = (6 - r) + (2 - r) =$
 Z twierdzenia Pitagorasa $|AC| = \sqrt{6^2 + 2^2} =$



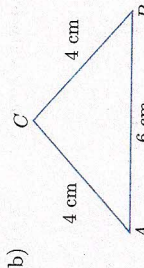
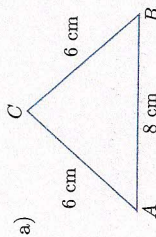
- b) Punkt styczności okręgu wpisanego w trójkąt prostokątny dzieli jego przeciwprostokątną na odcinki długości 6 i 4.

Oblicz promień okręgu i obwód tego trójkąta.



$\triangle ADO \equiv \triangle AFO$, zatem $|AD| = 6$
 $\triangle CFO \equiv \triangle CEO$, zatem $|CE| = 4$
 Stąd $|AB| = 6 + r$ oraz $|BC| = 4 + r$
 Z twierdzenia Pitagorasa dla $\triangle ABC$:
 $(6 + r)^2 + (4 + r)^2 = 10^2$

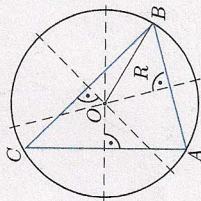
32. Oblicz promień okręgu wpisanego w trójkąt ABC.



6.7. Okrąg opisany na trójkącie

39. Uzupełnij zdania.

- Środek okręgu opisanego na trójkącie jest punktem równoodległym od _____ tego trójkąta.
- Środek okręgu opisanego na trójkącie jest punktem, w którym przecinają się _____ tego trójkąta.
- Środek okręgu opisanego na trójkącie prostokątnym leży _____



40. Oblicz promień okręgu opisanego na trójkącie prostokątnym:

- a) równoramiennym o przyprostokątnej _____ b) o przyprostokątnych długości 9 cm i 12 cm.

41. Oblicz obwód trójkąta prostokątnego wpisanego w okrąg o promieniu 5, jeśli:

- a) jest to trójkąt równoramienny,

- b) jedna przyprostokątna jest trzy razy dłuższa od drugiej.

42. Dany jest trójkąt równoboczny o boku a . Niech h oznacza wysokość tego trójkąta, P – jego pole, a R – promień opisanego na nim okręgu. Uzupełnij tabelę.

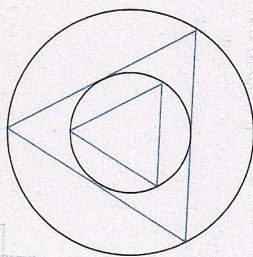
a	h	P	R
6			
	$\sqrt{3}$		
		$4\sqrt{3}$	
			$\sqrt{6}$

W trójkącie równobocznym o boku a :

$$h = \frac{a\sqrt{3}}{2}, P = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}, R = \frac{a\sqrt{3}}{3}.$$

43. a) Pole koła opisanego na trójkącie równobocznym jest równe 27π . Oblicz pole koła wpisanego w ten trójkąt.

b) Suma pól koła wpisanego w trójkąt równoboczny i koła na nim opisanego jest równa 60π . Oblicz pole i obwód tego trójkąta.

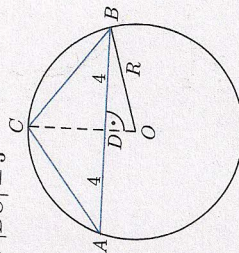
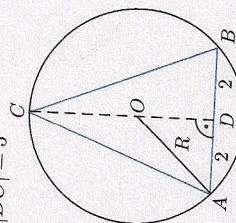


44. Oblicz sumę obwodów trójkątów równobocznych przedstawionych na rysunku obok, jeśli suma długości okręgów jest równa 12π .

45. Trójkąt ABC jest trójkątem równoramiennym. Punkt O jest środkiem okręgu opisanego na tym trójkącie. Oblicz promień tego okręgu.

a) $|DC| = 5$

b) $|DC| = 3$



$$|OD| = |DC| - |OC| = 5 - R$$

Z twierdzenia Pitagorasa dla $\triangle ADO$:

$$R^2 = (5 - R)^2 + 2^2$$