**Temat: Pola wielokątów.**

Tw. 1.

Pole trójkąta jest równe połowie iloczynu długości boku i wysokości opuszczonej na ten bok:

$$P=\frac{1}{2}a∙h$$

 h

  .

 a

Zad.1.

Oblicz pole trójkąta równoramiennego, którego obwód jest równy 32 cm,
a długość podstawy stanowi $\frac{2}{3}$ długości ramienia.

*Rozwiązanie:*

 b b

 a

z treści zadania wiemy, że

$$a=\frac{2}{3}b$$

oraz, że obwód wynosi 32 cm:

$$Obw=2b+a=2b+\frac{2}{3}b=2\frac{2}{3}b$$

$$32=2\frac{2}{3}b$$

$32=\frac{8}{3}b$ /∙3

$96=8b$ /:8

$$12=b$$

Obliczam długość podstawy:

$$a=\frac{2}{3}b=\frac{2}{3}∙12=\frac{24}{3}=8$$

Do obliczenia pola trójkąta wyznaczam długość wysokości opuszczonej na bok *a* korzystając z twierdzenia Pitagorasa:

 b h b

  .

 a

$$h^{2}+\left(\frac{1}{2}a\right)^{2}=b^{2}$$

$$h^{2}+\left(\frac{1}{2}∙8\right)^{2}=12^{2}$$

$$h^{2}+4^{2}=144$$

$h^{2}+16=144$ /-16

$$h^{2}=128$$

$$h=\sqrt{128}$$

$$h=\sqrt{64∙2}$$

$$h=8\sqrt{2}$$

Obliczam pole trójkąta:

$$P=\frac{1}{2}∙8∙8\sqrt{2}=4∙8\sqrt{2}=32\sqrt{2}$$

Tw.2.

Pole trójkąta jest równe połowie iloczynu długości dwóch jego boków i sinusa kata zawartego między nimi:

$$P=\frac{1}{2}∙a∙b∙sinα$$

 b

 $α$

 a

Zad.2.

Dany jest trójkąt równoramienny o kacie między ramionami $α=45^{o}$ i polu równym $25\sqrt{2}$. Oblicz długość ramienia tego trójkąta.

*Rozwiązanie:*

Korzystam ze wzoru z tw. 2.

$$P=\frac{1}{2}∙a∙a∙sin45^{o}$$

$$25\sqrt{2}=\frac{1}{2}∙a^{2}∙\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$25\sqrt{2}=\frac{a^{2}∙\sqrt{2}}{4}$ /∙ 4

$100\sqrt{2}=a^{2}∙\sqrt{2}$ /: $\sqrt{2}$

$$100=a^{2}$$

$$a=10$$

Tw.3.

Pole równoległoboku jest równe iloczynowi długości boku i wysokości opuszczonej na ten bok:

$$P=a∙h$$

 h

 .

 a

Zad.3.

Oblicz pole równoległoboku, w którym kąt ostry ma miarę 30o , a boki mają długość 5 cm i 10 cm.

*Rozwiązanie:*

 5 h

 30o

 10

Obliczam wysokość korzystając z sinusa kąta 30p:

$$sin30^{o}=\frac{h}{5}$$

$$\frac{1}{2}=\frac{h}{5}$$

$2h=5$ /: 2

$$h=2,5$$

Obliczam pole równoległoboku:

$$P=a∙h=10∙2,5=25 cm^{2}$$

Tw.4.

Pole rombu o przekątnych długości *e* i *f* wyraża się wzorem:

$$P=\frac{e∙f}{2}$$

Zad.4.

Obwód rombu jest równy 24 cm, a jego pole ma 18 cm2. Oblicz miarę kąta ostrego tego rombu.

*Rozwiązanie:*

 a h

 $α$  ●

 a

Korzystam z podanego w zadaniu obwodu:

$$Obw=4∙a$$

$24=4∙a$ /: 4

$$a=6$$

Aby obliczyć wysokość rombu korzystam z podanego w zadaniu pola:

$$P=a∙h$$

$18=6∙h$ /:6

$$h=3$$

Aby wyznaczyć kąt $α$, korzystam z funkcji trygonometrycznych:

$$sinα=\frac{h}{a}=\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$$

Zatem $α=30^{o}$

Tw.5.

Pole trapezu o podstawach a, b i wysokości h wyraża się wzorem:

$$P=\frac{\left(a+b\right)∙h}{2}$$

 a

 h

 b

Zad.5.

W trapezie prostokątnym o polu 90 cm2 i kącie ostrym 45o dłuższa przekątna tworzy z podstawami kąt $α$ taki, że $tgα=\frac{1}{3}$. Oblicz odwód tego trapezu.

*Rozwiązanie:* a

 c

 h h

 $45^{o}$ ●

 h a

Korzystam z podanego w zadaniu pola trapezu:

$$P=\frac{\left(a+b\right)∙h}{2}$$

Z własności trapezu prostokątnego otrzymuję:

$$b=a+h$$

Zatem

$$P=\frac{\left(a+a+h\right)∙h}{2}$$

$90=\frac{\left(2a+h\right)∙h}{2}$ /∙ 2

$$180=\left(2a+h\right)∙h$$

Z treści zadania wiem, że $tgα=\frac{1}{3}$

 a

 h

 $α$ ●

 b

zatem z powyższego rysunku otrzymuję:

$$tgα=\frac{h}{b}$$

$$tgα=\frac{h}{a+h}$$

$$\frac{1}{3}=\frac{h}{a+h}$$

$$a+h=3h$$

$$a=2h$$

Wracam do wcześniej wyznaczonego równania:

$$180=\left(2a+h\right)∙h$$

$$180=\left(2∙2h+h\right)∙h$$

$$180=\left(4h+h\right)∙h$$

$$180=5h∙h$$

$180=5h^{2}$ /: 5

$$36=h^{2}$$

$$h=6$$

Do obliczenia boku c w trapezie wykorzystuję twierdzenie Pitagorasa:

$$c^{2}=h^{2}+h^{2}$$

$$c^{2}=6^{2}+6^{2}$$

$$c^{2}=36+36$$

$$c^{2}=72$$

$$c=\sqrt{72}=\sqrt{36∙2}=6\sqrt{2}$$

Obliczam obwód trapezu:

$$Obw=c+a+h+a+h=6\sqrt{2}+2a+2h=6\sqrt{2}+2∙12+2∙6=6\sqrt{2}+24+12=6\sqrt{2}+36$$

Zadanie domowe:

str. 197, zad. 3, 4

str. 210, zad. 1

str. 211, zad. 4 c)

str. 211, zad. 7

Moi drodzy,

Zdjęcia rozwiązanych zadań domowych proszę, o przesłanie na adres mailowy matma2LO@interia.pl do 02.06.2020 r. W temacie wiadomości wpisujemy swoje imię i nazwisko. W razie pytań proszę o kontakt indywidualny przez FB.

Powodzenia.