**Funkcje trygonometryczne dowolnego kąta**

Dla każdego kąta ostrego można tak wybrać układ współrzędnych, aby:

1. wierzchołek kąta leżał w początku tego układu (punkcie (0,0)),
2. jedno ramię kąta pokrywało się z dodatnią półosią osi OX,
3. drugie ramię kąta znajdowało się w pierwszej ćwiartce układu.

****

Wówczas na ramieniu kąta leżącym w pierwszej ćwiartce należy obrać dowolny punkt , nie pokrywający się z początkiem układu,  wyznaczyć jego odległość od początku układu (tzw. promień wodzący) :



i policzyć odpowiednie stosunki:



Z twierdzenia Talesa wynika, że wartości tych stosunków nie zależą od wyboru punktu , jeśli tylko leży on na drugim ramieniu kąta  i nie pokrywa się z początkiem układu współrzędnych.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Miara Stopniowa kąta** | **30o** | **45o** | **60o** | **90o** | **180o** | **270o** | **360o** |
| **Miara łukowa kąta** | https://www.edukator.pl/pix/users/Image/6plus/rys1020.gif | https://www.edukator.pl/pix/users/Image/6plus/rys1021.gif | https://www.edukator.pl/pix/users/Image/6plus/rys1022.gif | https://www.edukator.pl/pix/users/Image/6plus/rys1023.gif | https://www.edukator.pl/pix/users/Image/6plus/rys1024.gif | https://www.edukator.pl/pix/users/Image/6plus/rys1025.gif | https://www.edukator.pl/pix/users/Image/6plus/rys1026.gif |

**Kąt skierowany**
Każdą liczbę stopni można uważać za miarę kąta obrotu półprostej wokół początku układu współrzędnych od  jej położenia początkowego na dodatniej półosi OX. Półprostą po obrocie traktuje się jako drugie ramię kąta.
W ten sposób otrzymaliśmy pojęcie **kąta skierowanego** - kąta płaskiego z ustalonym uporządkowaniem ramion, pierwsze ramię kąta nazywane jest **ramieniem początkowym**, drugie **ramieniem końcowym**

**Rozwartością kąta skierowanego** nazywamy miarę kąta, którego ramionami są ramiona kąta skierowanego.

**Miarą kąta skierowanego** nazywamy jego rozwartość ze znakiem plus "+"  lub minus "-" w zależności od kierunku obrotu półprostej będącej drugim ramieniem kata.

Przyjęto uznawać za **dodatnie** te miary kątów, które zakreśla półprosta obracająca się w kierunku  przeciwnym do ruchu wskazówek zegara ,  natomiast za **ujemne** miary tych kątów, które zakreśla półprosta obracająca się zgodnie z ruchem wskazówek zegara .
**Funkcje trygonometryczne kąta skierowanego**
W celu wyznaczenia funkcji trygonometrycznych kąta skierowanego, na drugim ramieniu kąta  (na półprostej po wykonaniu odpowiedniego obrotu) obiera się, podobnie jak poprzednio, punkt  i oblicza się odpowiednie stosunki długości.


.

**Znaki funkcji trygonometrycznych**

Znaki funkcji trygonometrycznych zależą od tego, w której ćwiartce leży końcowe ramię kąta.

W I ćwiartce:, więc wszystkie funkcje trygonometryczne są dodatnie.
W II ćwiartce: , więc dodatni jest sinus, a pozostałe są ujemne.
W III ćwiartce: , więc dodatnie są  tangens i cotangens, a pozostałe są ujemne.
W IV ćwiartce: , więc dodatni jest cosinus, a pozostałe są ujemne.

 Tabela znaków funkcji trygonometrycznych:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|

|  |
| --- |
|   |

 | **Sinus** | **Cosinus** | **Tangens** | **Cotangens** |
| I ćwiartka | + | + | + | + |
| II ćwiartka | + | - | - | - |
| **III ćwiartka** | - | - | **+** | + |
| IV ćwiartka | - | + | - | - |

Przy zapamiętaniu znaków funkcji trygonometrycznych może pomóc wierszyk:

W pierwszej **wszystkie** są dodatnie.
W drugiej tylko **sinus**.
W trzeciej **tangens** i **cotangens**.
A w czwartej **cosinus**.

Pierwsza, druga, trzecia, czwarta, to ćwiartki układu współrzędnych.